

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA, ESTADÍSTICA Y CIENCIAS SOCIALES

“La teoría de Thomas Malthus con ecuaciones diferenciales para analizar el problema de la sobrepoblación”

Cachay Veliz, Héctor
Perez Ramirez, Rodrigo
Quiño Huillca, Jose
Risalve Pari, Harold

Facultad de ingeniería económica, estadística y ciencias sociales, Universidad Nacional de Ingeniería

BMA02: Cálculo Integral

Mag. Alan Ysique

Lima, Perú
6 de diciembre del 2023

Resumen

Este trabajo de investigación consiste en realizar un estudio al número de personas que hay en el mundo en función al tiempo y compararla con la oferta de alimentos. De esta manera podremos llegar a un punto donde la demanda rebalse a la cantidad de alimento, el cual será un punto de catástrofe. Para lograr este análisis tendremos en cuenta el modelo poblacional de Malthus, que ayudará a modelar la función poblacional. Este trabajo tiene por fin hacer una predicción de un punto de catástrofe frente al incremento de la población mundial. Asimismo se brindarán alternativas frente al problema de la sobrepoblación mundial, además de analizar los perjuicios que tendría un control sobre esta.

Palabras Clave

Modelo de Malthus, Curva de oferta, Punto de catástrofe, Sobrepoblación.

Abstract

This research work consists of carrying out a study of the number of people in the world based on time and comparing it with the food supply. In this way we can reach a point where the demand exceeds the amount of food, which will be a point of catastrophe. To achieve this analysis we will take into account the Malthus population model, which will help model the population function. The purpose of this work is to make a prediction of a catastrophe point in the face of the increase in world population. Likewise, alternatives will be provided to the problem of global overpopulation, in addition to analyzing the damages that control over it would have.

Key words

Malthus model, Supply curve, Catastrophe point, Overpopulation.

Índice

1. Introducción

La sobrepoblación ha sido uno de los temores más grandes de la humanidad, debido a que la falta de recursos básicos significa la desaparición de la especie por escasez. Es por esta preocupación que han existido sociedades en las que la población ha sido controlada, para que la demanda no rebase a la oferta de las necesidades básicas. En ese sentido han existido diversos estudios acerca de la población de especies. Uno de los modelos más conocidos es el modelo de Malthus. Que aunque sea un modelo obsoleto, sigue siendo usado para modelar la población de algunas especies; por ejemplo, las bacterias dentro de un ambiente en el que estas puedan reproducirse y satisfacer sus necesidades al 100%. Este modelo matemático consta de términos de ecuaciones diferenciales en la siguiente forma: el crecimiento de una especie es proporcional al número de individuos de la especie; o bien, que la tasa de crecimiento de la especie es constante. Esta suposición hace que la población crezca de forma exponencial, como predijo Malthus, eso sí, con una velocidad constante que en principio es desconocida. Por otro lado, el crecimiento de los alimentos, según proponía el propio Malthus, era constante, con lo que los alimentos crecían de forma lineal. Claramente el modelo de Malthus es muy simple y poco realista para que recoja el comportamiento complejo de una población. En realidad, según este modelo o una población crecería de forma incontrolada a lo largo del tiempo o decrecería hasta desaparecer. Evidentemente una de sus grandes limitaciones es que se supone que la tasa de crecimiento de la especie se mantiene constante a lo largo del tiempo, es siempre la misma y no depende de otros factores o recursos, como por ejemplo de la propia especie

I. ¿Puede ser el modelo de Malthus una buena aproximación?

A pesar del fracaso de las previsiones malthusianas, este modelo ha seguido usándose para modelar el comportamiento de algunas especies (por ejemplo, para modelar el crecimiento inicial de bacterias sobre un sustrato rico en nutrientes, donde las bacterias pueden crecer y reproducirse sin restricciones). La ley se puede escribir

en términos de ecuaciones diferenciales de la siguiente forma: el crecimiento de una especie es proporcional al número de individuos de la especie; o bien, que la tasa de crecimiento de la especie es constante. Esta suposición hace que la población crezca de forma exponencial, como predijo Malthus, eso sí, con una velocidad constante que en principio es desconocida. Por otro lado, el crecimiento de los alimentos, según proponía el propio Malthus, era constante, con lo que los alimentos crecían de forma lineal. Claramente el modelo de Malthus es muy simple y poco realista para que recoja el comportamiento complejo de una población. En realidad, según este modelo o una población crecería de forma incontrolada a lo largo del tiempo o decrecería hasta desaparecer la especie. Evidentemente una de sus grandes limitaciones es que se supone que la tasa de crecimiento de la especie se mantiene constante a lo largo del tiempo, es siempre la misma y no depende de otros factores o recursos, como por ejemplo de la propia especie.

2. Planteamiento del problema:

I. Descripción de la situción problemática.

La raza humana tiene 200 000 años de vida y ha sido participe de muchos procesos de evolución y expanción poblacional. Hoy en día, en el siglo XXI, habitamos poco más de 8 000 millones de personas, con una tasa de crecimiento poblacional de 0.9% anual. Algunas organizaciones se han pronunciado sobre el problema de la “Sobrepoblación” y sobre las consecuencias de esta. Un claro ejemplo son las pandemias: la peste negra, la viruela, la gripe española y actualmente el coronavirus, son acontecimientos históricos que afectaron a la humanidad. Otro claro ejemplo son las guerras: la primera y segunda Guerra Mundial, la Guerra entre Ucrania y Rusia, y hoy en día el conflico árabe-israelí. Otro problema, pero de igual preocupación es el calentamiento global que en un futuro prodría acabar no solo con la raza humana, sino con todo ser viviente en el planeta.

II. Formulación del problema de investigación.

La teoría poblacional de Thomas Malthus toma en cuenta el crecimiento de la población como una progresión geométrica y a la oferta de alimentos como progresión aritmética sin contar las limitaciones o los frenos que en la vida real se presentan como el aborto, las hambrunas, las guerras, entre otros. Este modelo nos puede ayudar a predecir el nivel de población de cara al futuro y el punto de crisis donde ocurre la catástrofe malthusiana.

III. Objetivos generales y objetivos específicos de la investigación.

- Objetivo general

  Explicar la proyección que el modelo de Malthus tiene para el futuro en el analisis de la población y explicar sus limitaciones del modelo.

- Objetivo específico
  Analizar el crecimiento de la población, hallar el equilibrio entre la función de la población y de los recursos alimenticiosy reflexionar acerca de las propuestas de Malthus frente a la población.

VI. Justificación de la investigación.

Sabemos hoy en día que los recursos existentes son escazos. Durante la historia el ser humano ha sabido administrar los recursos para subsistir, pero eso puede llegar a su fin si se llega a una sobrepoblación. Es necesario tener el conteo y predecir la cantidad de personas existentes y así poder compararla con la oferta de alimentos.

Para ejemplificar el tipo de conocimientos, competencias y habilidades que se esperan obtener mediante esta investigación, analizaremos con un ejemplo práctico que usa datos actuales, que un alumno de este curso puede ejemplificar. Se aplicará la teoría de Malthus y se mencionará soluciones ante la problemática de la sobrepoblación.

3. Marco teórico conceptual

I. Antecedente

En 1798, a sus 32 años, Malthus quería explicar la razón de la pobreza existente en aquellos tiempos, y formuló una teoría que puede ser resumida de forma simplificada con la siguiente frase: “Cuando no lo impide ningún obstáculo, la población va doblando cada 25 años, creciendo de período en período, en una progresión geométrica. Los medios de subsistencia, en las circunstancias más favorables, no se aumentan sino en una progresión aritmética.” Su visión se basaba en que las mejoras tecnológicas agrícolas y en la producción de alimentos solo conllevaban mejoras temporales ya que serían consumidas por el excesivo aumento de la población. Bajo este supuesto, Malthus previno una Catástrofe en el año 1880, ya que si la población crece de forma geométrica y los recursos de forma aritmética, habría un momento donde las personas no tendrían recursos para sobrevivir, vivirían en la miseria. Para evitar tal catástrofe, se pueden proponer varios controles que eviten el crecimiento exagerado de la población. Unos pueden ser intrínsecos (enfermedades, guerras, epidemias, mala alimentación, hambre…) y otros que el propio Malthus sugirió maquiavelicamente en el crecimiento demográfico. Propuso, por ejemplo, controles en los nacimientos y reducir o eliminar a los pobres. Tanta repercusión tenían los planteamientos de Malthus, que incluso el gobierno inglés promulgó leyes en contra de la indigencia. La catástrofe malthusiana no se produjo ya que, por un lado, Malthus no tuvo en cuenta la gran capacidad que ha tenido el hombre para generar alimentos, la tecnología también crece, y por tanto, crecen métodos para desarrollar más alimentos.

II. Marco conceptual

i. Modelo de Malthus:

Suele ser útil como modelo estimativo para intervalos de tiempo no muy grandes. Se ha usado para el estudio de colonias de bacterias, poblaciones de pequeños mamíferos e incluso para población humana. Consideremos que p(t) es el tamaño de cierta población en el instante t. Según el modelo de Malthus, el crecimiento de la población seguiría un modelo de cierta tasa de crecimiento constante c proporcional al tamaño de la población, $\mathrm{p}'(\mathrm{t}) = \mathrm{cp}(\mathrm{t})$. La resolución de esta ecuación son las curvas de la forma, $\mathrm{p}(\mathrm{t}) = \mathrm{K}e^{ct}, \mathrm{K} > 0$, donde K es el tamaño de la población en t = 0.

ii. Las ecuaciones diferenciables

Es conveniente anotar que desde el punto de vista estrictamente matemático existen muchos modelos, los cuales describen igualmente, una amplia gama de situaciones reales. Uno de ellos es el que utiliza ecuaciones diferenciales, para lo cual será necesario definir algunos elementos indispensables en torno a esa herramienta matemática.

1.1 Ecuación diferencial

Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra las derivadas de una función de una o varias variables. Dicha función se la llama función desconocida o función incógnita o variable dependiente. Las ecuaciones diferenciales se clasifican de acuerdo a su tipo, orden y linealidad.

- Clasificación según el tipo

  Si la función desconocida depende de una sola variable, la ecuación se llama ecuación diferencial ordinaria (EDO). En cambio, si la función desconocida depende de varias variables la ecuación se llama ecuación diferencial parcial.

iii. Ecuación lineal de primer orden

Una EDO lineal de primer orden es de la forma $y' + p(x)y = q(x)$, en donde $p(x)$ y $q(x)$ son funciones continuas de x. La ecuación es una ecuación lineal de primer orden no homogénea. Si $q(x) = 0$, entonces $y' + p(x)y = q(x)$. La ecuación es una ecuación lineal de primer orden homogénea.

3.1. Solución de una EDO lineal de primer orden

Para hallar la solución general de la EDO lineal no homogénea, existen varios procedimientos. Uno de ellos, denominado factor integrante permite encontrar la solución general de la siguiente ecuación como:

$$ye^{\int p(x)dx} = \int q(x)\, e^{\int p(x)dx} dx + C$$

La cual se puede escribir de la siguiente forma

$$y = Ce^{-\int p(x)dx} + e^{-\int p(x)dx} \int q(x)\, e^{\int p(x)dx} dx$$

iv. Sobrepoblación:

La sobrepoblación, también conocida bajo el nombre de superpoblación**,** es un fenómeno en el que el número de habitantes de un espacio en concreto es exageradamente elevado, lo que genera problemas económicos, de accesibilidad, salud, entre otros. Sin embargo, en materia ecológica, la sobrepoblación se entiende como las consecuencias ambientales que dicho número de individuos generan sobre el espacio en el que habitan. Aunque más adelante detallaremos cuáles son las consecuencias de la sobrepoblación, te adelantamos que este fenómeno es capaz de generar problemas como, por ejemplo: agotamiento de los recursos energéticos y naturales, aumento de la contaminación, animales en peligro de extinción, baja esperanza de vida, incremento en el consumo de energía, menor libertad y privacidad, leyes prohibitivas, entre otros.

4. Metodología.

Se expresa el modelo malthusiano como la siguente ecuación diferencial: $P' = kP$, donde P' es la tasa de crecimiento expresado en años.

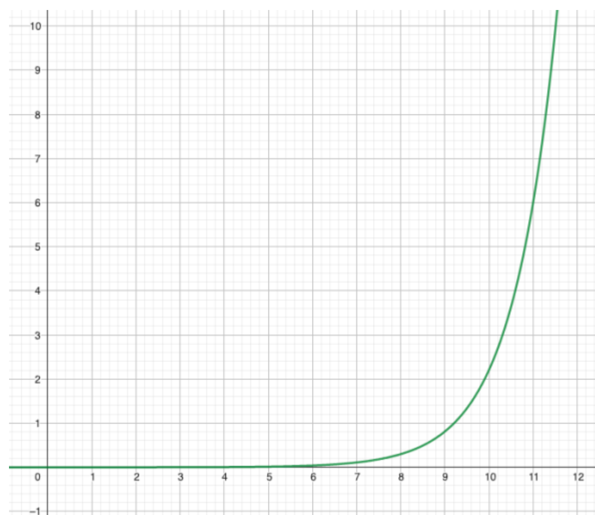
Resolviendo la ecuación:

$$\frac{dP}{dt} = kP \rightarrow \frac{dP}{P} = kdt \rightarrow \int_{P_o}^{P} \frac{dP}{P} = \int_{t_o}^{t} kdt \rightarrow Ln|P| /_{P_o}^{P} = kt /_{t_o}^{t}$$

$$LnP - LnP_o = k(t - t_o) \rightarrow Ln\left(\frac{P}{P_o}\right) = k(t - t_o) \rightarrow \frac{P}{P_o} = e^{k(t-t_o)}$$

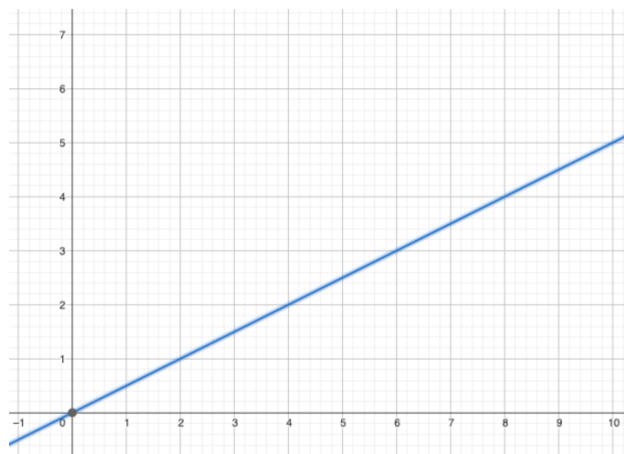
$$P = P_o e^{k(t-t_o)} \rightarrow P = P_o e^{kt};\ t_o = 0$$

La función problacional sigue una progresión geométrica, lo que podríamos deducir que la función P(t), que expresa la población en un determinado tiempo, se puede asemejar a una función exponencial cuya gráfica está representado como:



Para saber la población en un tiempo determinado, primero se debe fijar un tiempo inicial t_o cuya población es de P_o. En esta investigación tomaremos como valor inicial a la población del año 2000 y como valor del año t a la población del 2023, aquellos valores los reemplazamos y hallaremos el valor de k. Así formaremos nuestra ecuación poblacional.

También expresaremos la función de la oferta alimentaria, que sigue una progresión aritmética, como una función lineal $F(x) = px, p \in \mathbb{R}$, esto sin contar avances tecnológicos. La función alimentaria se expresa de la siguiente forma:



Teniendo las dos ecuaciones se puede hallar el punto de intersección, cuyo punto representa el punto de crisis poblacional. Más aya de ese punto la población se verá afectada por la falta de alimentos insuficientes para abastecer a todos.

Con este modelo podemos predecir el nivel poblacional en un determinado tiempo y predecir lo que nombramos “crisis poblacional”, situación a la que no se quiere llegar, por esa razón muchos de los países han aplicado medidas para frenar el gran crecimiento de la población o han invertido buena parte de su capital para la mejora de la tecnología. En este trabajo se mencionará posibles soluciones al problema de la sobrepoblación, guiándonos de la teoría malthusiana.

5. Análisis y resultados

Teniendo ya las ecuaciones de la población y de los recursos alimenticios, pasamos a fijar un tiempo para tomarlo como “año base”, en este caso eligiremos al año 2000 como nuestro año base. En el año 2000 la población alcanzó un nivel de 6 000 millones de habitantes, por lo tanto nuestro $P_o = 6\ 000\ M$. Tamaremos como otro dato al año actual 2023, en este año la población ha logrado alcanzar un nivel de 8 000 M de habitantes.

$$P(t) = P_o e^{k(t-t_o)}$$

Reemplazando valores:

$$8\ MM = 6\ MMe^{k(2023-2000)} \rightarrow \frac{4}{3} = e^{23k} \rightarrow k \approx \frac{1}{80}$$

La función quedaría expresada como:

$$P(t) = P_o e^{\frac{(t-t_o)}{80}}$$

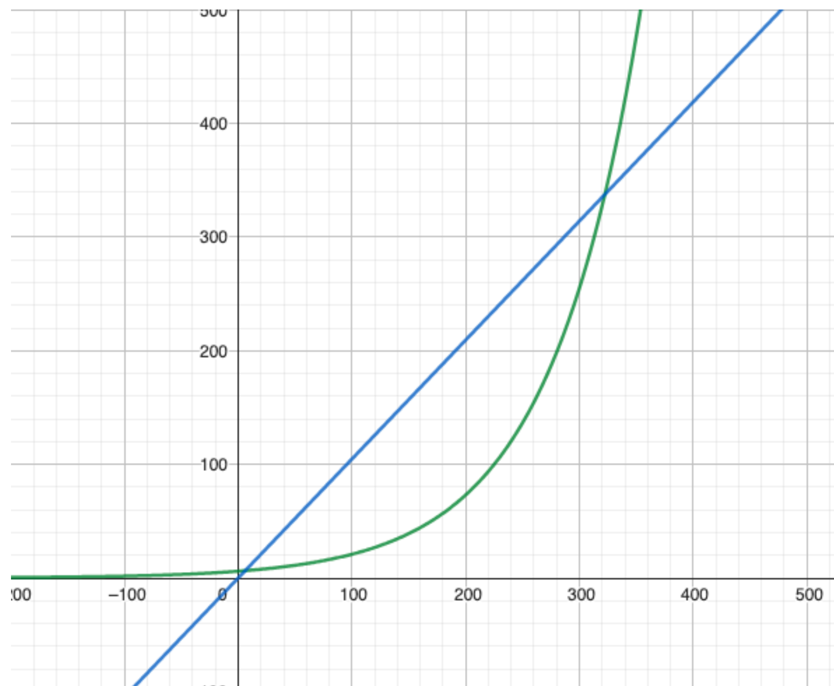
Si suponemos que to=0 y t el tiempo que ha transcurrido desde el año base, entonces.

$$P(t) = P_o e^{\frac{t}{80}}$$

Ahora suponemos que la función alimentaria es la siguiente:

$$A(x) = \frac{\pi x}{3}$$

Intersectamos las graficas de las dos funciones y nos da:



EL punto de intersección es (322.416 ; 337.633), aquel es el punto de crisis, significa que transcurrido 332 años aproximadamente a partir del año 2000 habrá una población de 337.63MM de habitantes el cual sería el toque máximo al que debería llegar.

6. Conclusiones

- Con la ayuda del modelo propuesto por Malthus, podemos idealizar el crecimiento poblacional, a corto plazo. Aunque también puede dar predicciones a mediano y a largo plazo, aunque los resultados no sean precisos.
- La idealización matemática es una herramienta útil para la prevención de ciertos acontecimientos, aunque esta se vuelve inexacta dentro de ambientes caóticos, es por ello que; Malthus se apresuró en soltar una predicción a largo plazo.
- La población mundial debe de prevenir entrar al punto de crisis, debido a que los recursos son escasos. Llegará un punto donde los alimentos no serán los suficientes para abastecer a todos y las personas pueden llegar a pelearse entre ellas, generando guerras, conflictos e inestabilidad social.

7. Sugerencias

Malthus argumentaba que la única manera de frenar el crecimiento poblacional descontrolado y prevenir la pobreza generalizada era mediante restricciones voluntarias sobre la reproducción o incluso medidas más drásticas, como la eliminación de los pobres.

Sin embargo, en la actualidad, la idea de eliminar a las personas pobres como medida preventiva contra la pobreza es éticamente inaceptable y viola los derechos humanos fundamentales. La eliminación de personas pobres no solo sería inmoral, sino que también sería impracticable y contraproducente para abordar las causas subyacentes de la pobreza.

En lugar de adoptar medidas extremas como las propuestas por Malthus, existen enfoques más éticos y efectivos para abordar la pobreza en el mundo:

- Desarrollo económico sostenible: Fomentar el crecimiento económico sostenible es crucial para reducir la pobreza. Esto implica la creación de empleo, el acceso a la educación y la capacitación laboral, así como el apoyo a pequeñas empresas y emprendimientos locales.
- Educación: El acceso universal a una educación de calidad es fundamental para romper el ciclo de la pobreza. La educación proporciona a las personas las habilidades necesarias para encontrar empleo y mejorar sus condiciones de vida.

Debido a ello sugerimos no tomar el modelo como una guía para abordar los desafíos actuales de la pobreza, pues plantea varios problemas éticos y prácticos. Aquí hay algunas razones por las cuales el modelo de Malthus no es adecuado para abordar la pobreza en la actualidad:

- Desarrollo y progreso: A lo largo de la historia, las sociedades humanas han demostrado una notable capacidad para innovar y mejorar las condiciones de vida a través del desarrollo tecnológico y económico. La teoría de Malthus subestima la capacidad de la humanidad para superar los desafíos y mejorar la distribución de recursos.

- Falta de correlación directa entre población y pobreza: El crecimiento poblacional no se traduce directamente en aumento de la pobreza. Muchos países con altas tasas de crecimiento demográfico han logrado reducir significativamente la pobreza a través de políticas efectivas de desarrollo económico y social.

8. Bibliografía

- *Ruiz, P (2004). Modelo de la teoría de Malthus*.La inclusión de la tecnología en el modelo es importante, ya que con el paso del tiempo las innovación tecnológica es inevitable, lo que provoca que las circunstancias de vida sean mejores.

- *Willson, C (2010) La sobrepoblación humana.* https://www.bbvaopenmind.com/articulos/los-desafios-del-fin-de-la-transicion-demografica/